Boty (szkic rozwiązania)

Ciąg podany na wejściu jest reprezentacją grafu, który składa się z cykli (ciągów wierzchołków połączonych w „kółko") oraz podpiętych do nich drzew (grafów bez cykli).

Zauważmy, że:

- każdy spójny obszar wymaga co najmniej jednego bota znajdującego się tam na początku (w szczególności cykl, do którego nie jest nic podpięte),
- każdy wierzchołek grafu, do którego nic nie wchodzi wymaga bota znajdującego się tam na początku.

Jeżeli brakuje botów do ustawienia ich w niezbędnych lokalizacjach to odpowiadamy `NIE` i kończymy program. W przeciwnym razie odpowiedź jest pozytywna i można ją znaleźć z użyciem wyszukiwania binarnego. Aby sprawdzić czy możliwe jest zebranie wszystkich zasobów nie przekraczając ustalonego limitu czasu T, wystarczy symulować sytuację: każde pole odległe o co najwyżej T od pól, w których umieściliśmy boty oznaczane jest jako pole, w którym zasoby są zebrane. Okazuje się jednak, że nie jest to aż takie łatwe. Łatwo natomiast popełnić błąd i uzyskać niepoprawne rozwiązanie, w którym niektóre wierzchołki otrzymają niepotrzebne boty. Należałoby rozpatrywać wierzchołki we właściwej kolejności, tak żeby nie stawiać botów w miejscach, które mogą być odwiedzone przy okazji przez inne boty, co jest możliwe, ale nie jest takie proste.

Można inaczej: dla każdego drzewa podpiętego do wierzchołka cyklu możemy wykonać programowanie dynamiczne na drzewie lub rekurencję ze spamiętywaniem, w którym dla każdego wierzchołka obliczamy odległość od najbliżej postawionego bota. Boty stawiamy tylko wtedy, gdy musimy (gdy odległość wynosi $T+1$). Niektóre wierzchołki cykli również mogą wymagać ustawiania dodatkowych botów. Każde drzewo podczepione do wierzchołka cyklu może zaraportować do cyklu w jakim momencie ów wierzchołek jest odwiedzony (a więc ile jeszcze dodatkowych wierzchołków cyklu można odwiedzić w ramach ustalonego limitu czasu). Zaznaczamy te wierzchołki jako odwiedzone i dla każdego niezbędnego wierzchołka wyznaczamy (np. metodą dwóch wskaźników albo tzw. „gąsiennicą") najbliższy następny wierzchołek na cyklu, w którym trzeba będzie postawić następnego bota po nim. Ustalmy dowolny wierzchołek, z którego zasoby jeszcze nie zostały zebrane. Można postawić dodatkowego bota, tak aby ów wierzchołek został odwiedzony na co najwyżej $T+1$ sposobów. Potem można obejść cykl i postawić boty w czasie proporcjonalnym do ilorazu długości cyklu i $T+1$, a więc takie naiwne sprawdzenie będzie kosztowało czas liniowy względem N. Jeżeli liczba ustawionych w ten sposób botów przekracza M to wartość T jest nieosiągalna, w przeciwnym przypadku należy próbować mniejszych.

Olimpiada finansowana jest ze środków Ministerstwa Edukacji i Nauki w ramach zadania publicznego „Organizacja i przeprowadzenie olimpiad i turniejów w latach szkolnych 2022/2023, 2023/2024, 2024/2025".